

Ch2. 基本原理

Outline

- 光的直線前進
- 光的速度(自修)
- 折射率
- Fermat 定理
- 反射定律與折射定律
- 色散
- 光學玻璃

2-1 光的直線前進

電磁學 → 電力線

流體力學 → 流線

幾何光學 → 光線(ray)或光束(light beam)

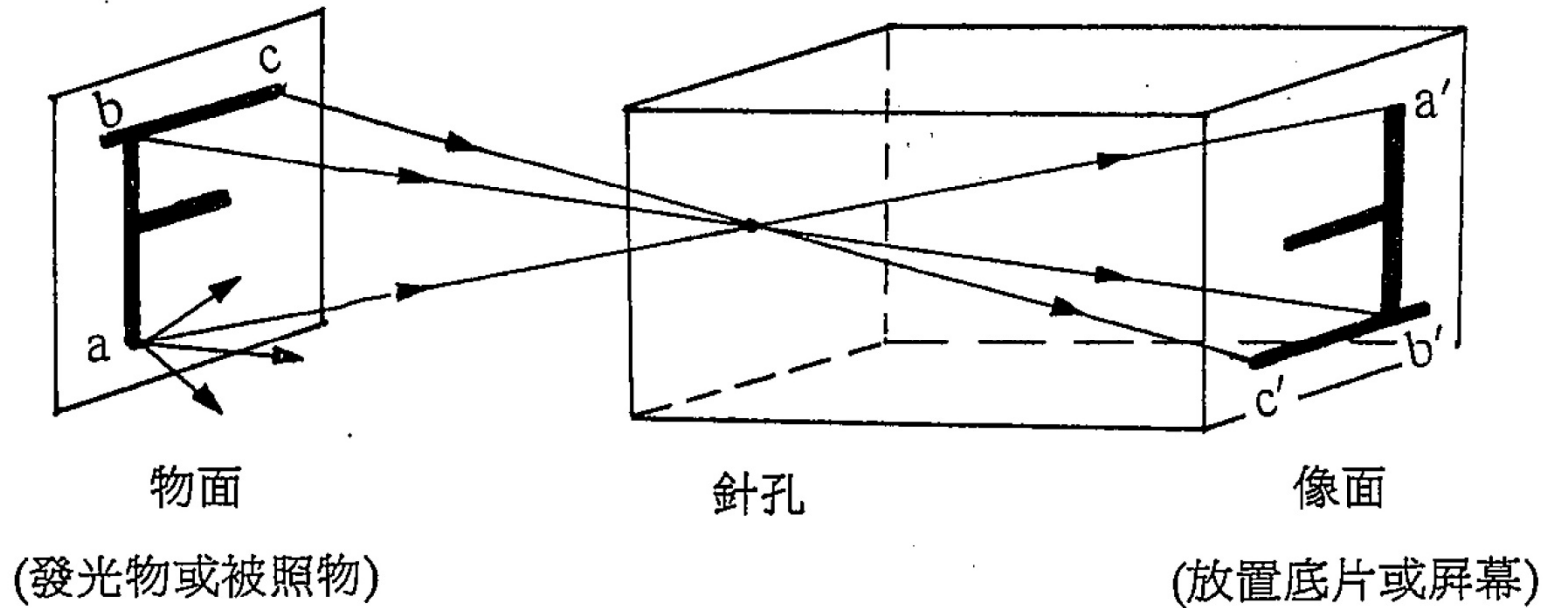
光線:許多光子(photon)所成的集合，好像由一粒一粒光子所串成的一條長線；

光束:光線的集合。

在均勻(homogeneous)的介質中，光的前進方式是以_____的方式而行。Ex:烈日下陰影、燈光下的影子、針孔成像。

針孔(pinhole)

針孔照相機：(1)曝光時間____(2)成像____(3)像差____(4)亮度_____



【圖 2-1】

2-3 折射率 (Refractive index)

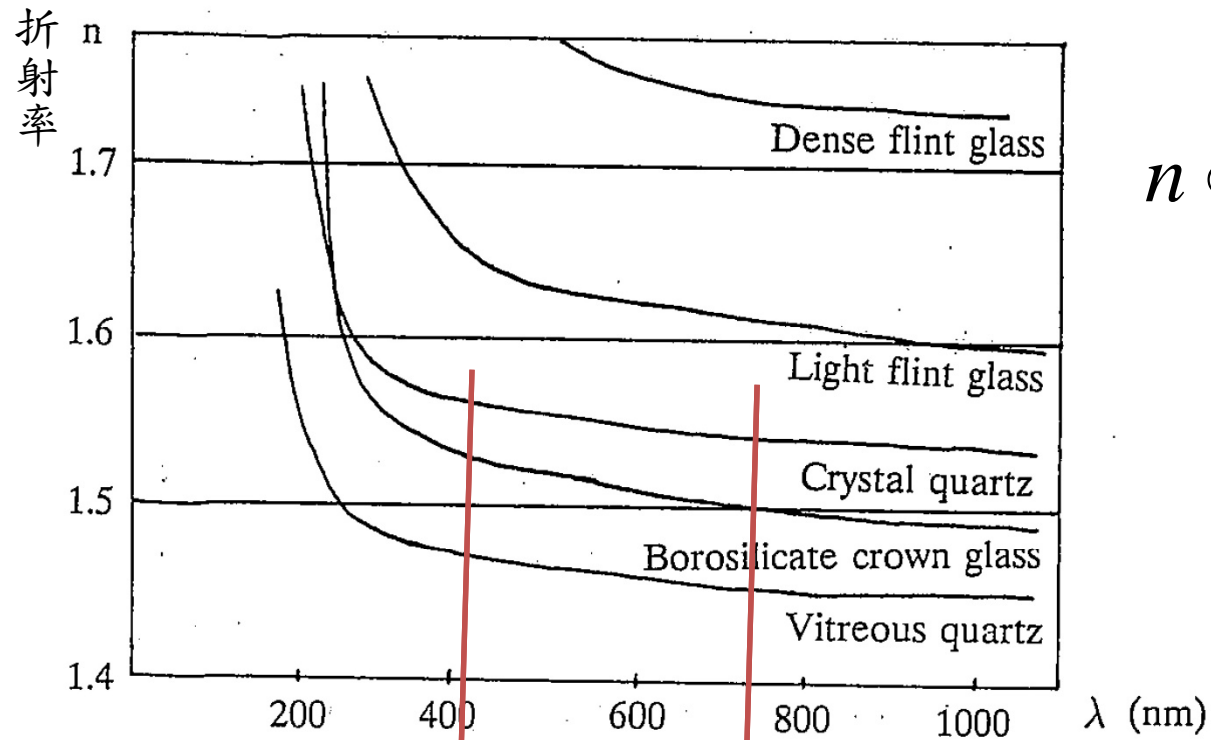
Define: 折射率 $n = \frac{\text{真空中之光速}C}{\text{介質中之光速}V}$

在水中的速率是光速C的3/4， $n \sim 1.33$ ；光學玻璃 $n \sim 1.5$ ；
空氣 $n \sim 1$ 。

*除了在真空之外，介質中的折射率會隨著_____而改變，
這種關係也就是引起色散(dispersion)。

光在空氣中的傳播，折射率隨著波長而改變的量非常小，所以除非是很長的距離，否則不易觀察。

折射率與波長關係



$$n \propto \frac{1}{\lambda} \propto \nu$$

【圖 2-5】

光學密度(optical density):對任何介質來說，折射率可說是光學密度。

→n大:光密介質 (optical dense medium)

→n小:光疏介質 (less dense medium)

光密介質、光疏介質是相對的而非絕對的量。

光程(optical path):簡寫(op) ，符號: Δ

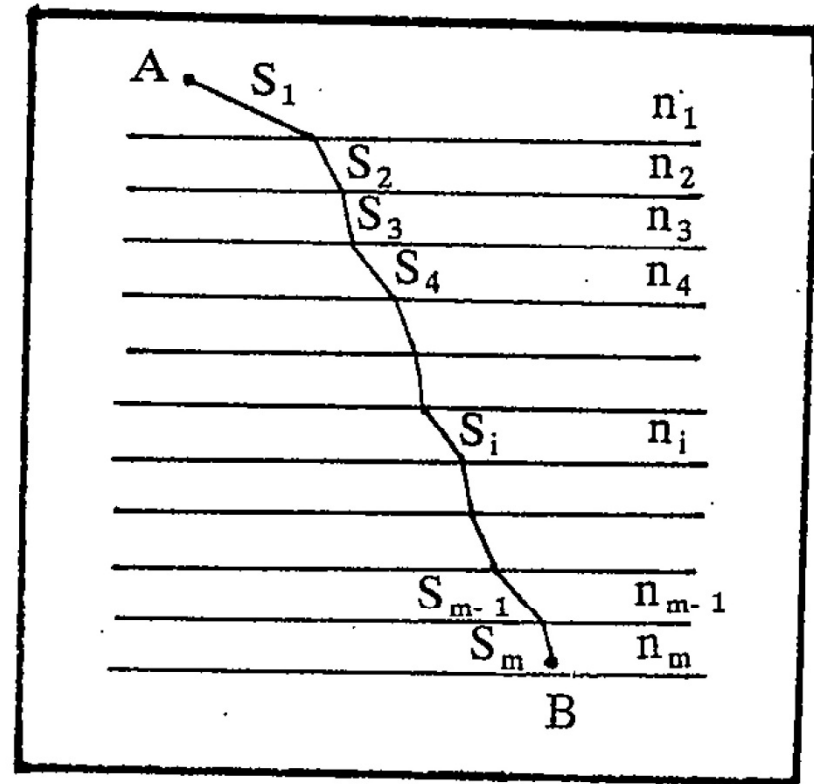
$$op = \Delta \equiv ns$$

if 光經過 m 種不同均勻 折
 射率所構成的介質，如圖 2-6
 所示：

$$op = \sum_{i=1}^m n_i s_i$$

if 光是在一非均勻性介質中行
 走，介質折射率是一個位置的
 函數， $n=n(s)$

$$op = \int_A^B n(s) ds$$



【圖 2-6】

由 $op = \Delta \equiv ns$ ，我們對光程的物理意義

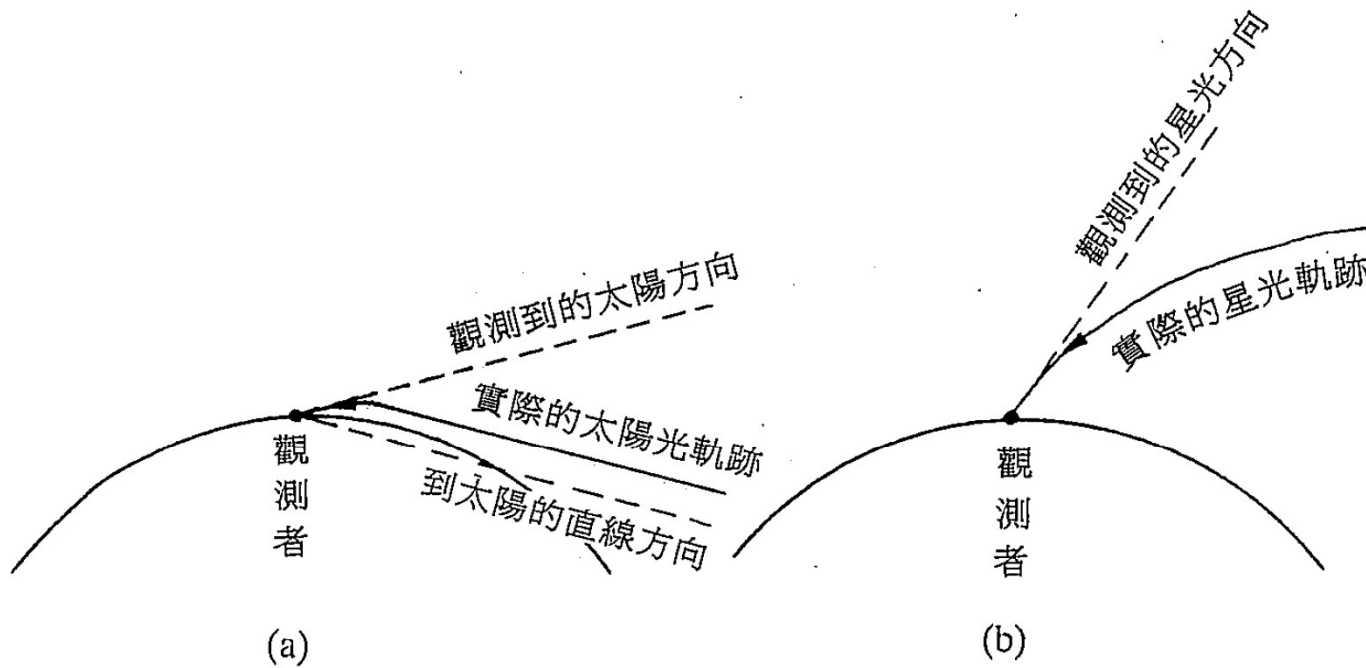
$$op = ns = \frac{c}{v} s = ct$$

t:光在介質中走了S所需的時間

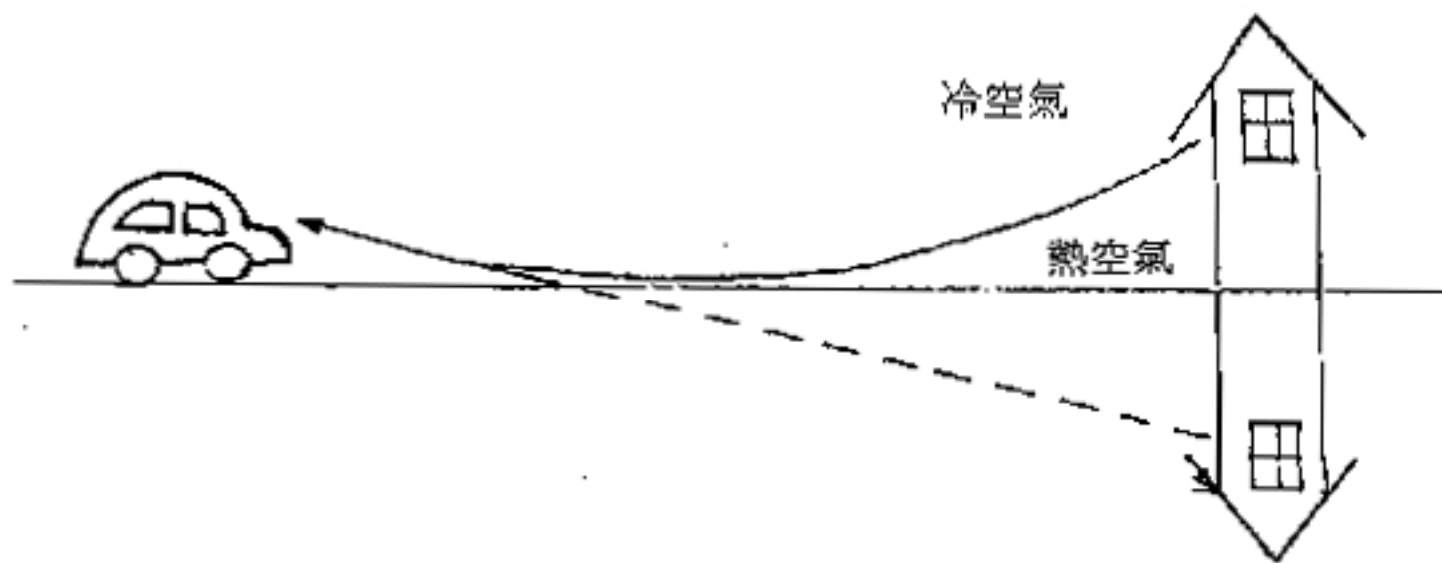
光程: 光在介質中行走S所花的時間(S/V)內，
光在真空中走了ct的距離

2-4 Fermat 定理

光在均勻介質以直線前進，在非均勻介質中行進如圖所示。



【圖 2-7】



【 圖 2-8 】

從前面的例子可知，無論光是直線前進或光線軌跡的彎曲都一定和折射率分佈有關。

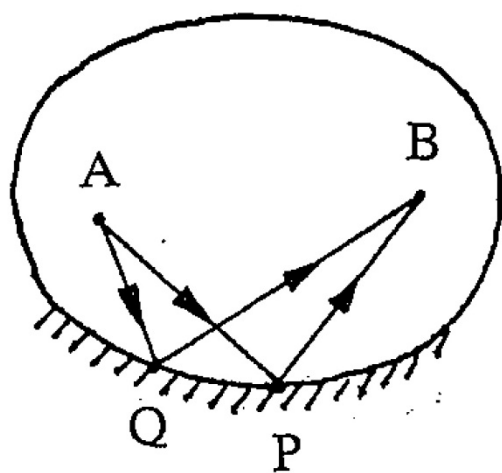
Fermat提出光行進路徑所應遵守的原則---Fermat原理。

(1) 光線傳遞過程必須遵守時間最少原則。

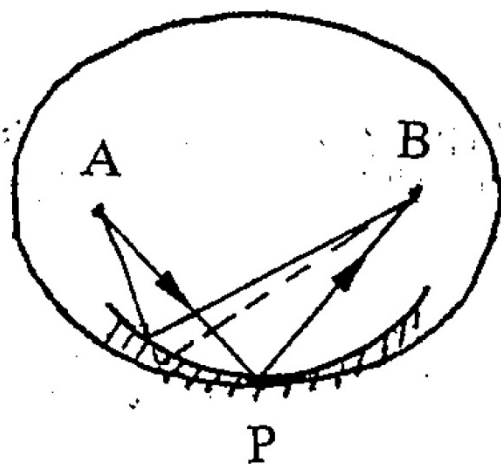
(2) 光線必遵守時間為極值(stationary)的原則來行進。

$$t = \frac{1}{c} \int o p$$

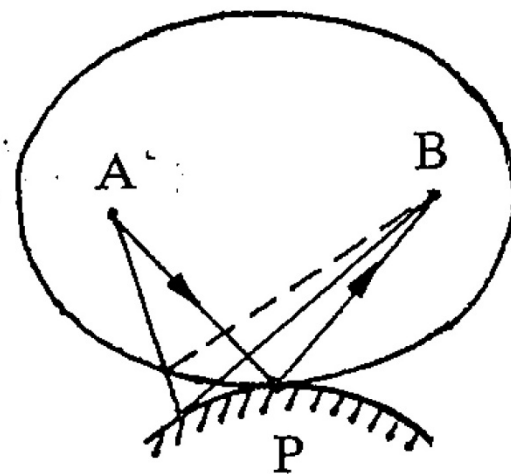
(3) 光從某個A傳至B點，總是沿著光程為極值的路徑傳播。



(a)



(b)



(c)

【圖 2-9】

Fermat定理可以簡單的用數學式子表示處來。由光程的計算:

$$op = \int_A^B n(s) ds$$

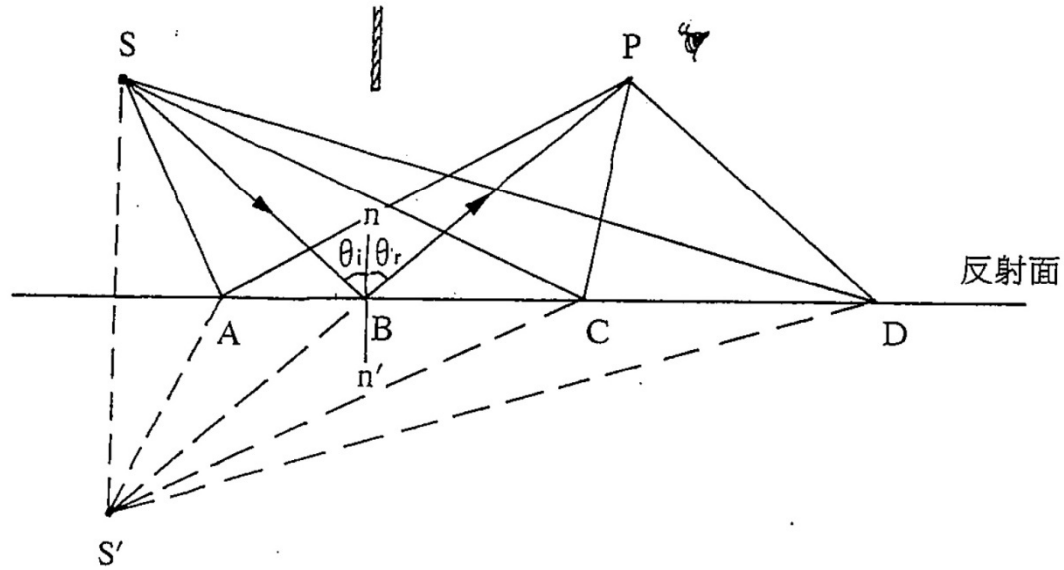
在光程為極值的原則下，可將Fermat定理表示為:

$$\delta(op) = \delta \int_A^B n(s) ds = 0$$

由時間與光程的關係可得

$$\delta(t) = \delta \left[\frac{1}{c} \int_A^B n(s) ds \right] = 0$$

2-5 反射定率與折射定律 (Laws of reflection and refraction)



【圖 2-10】

由Fermat原理可判定，由 S' - B - P 的直線距離所需的光程是極小值，故觀察者看到的光線是由 S 經由 B 再反射到 P 點，且

$$\theta_i = \theta_f$$

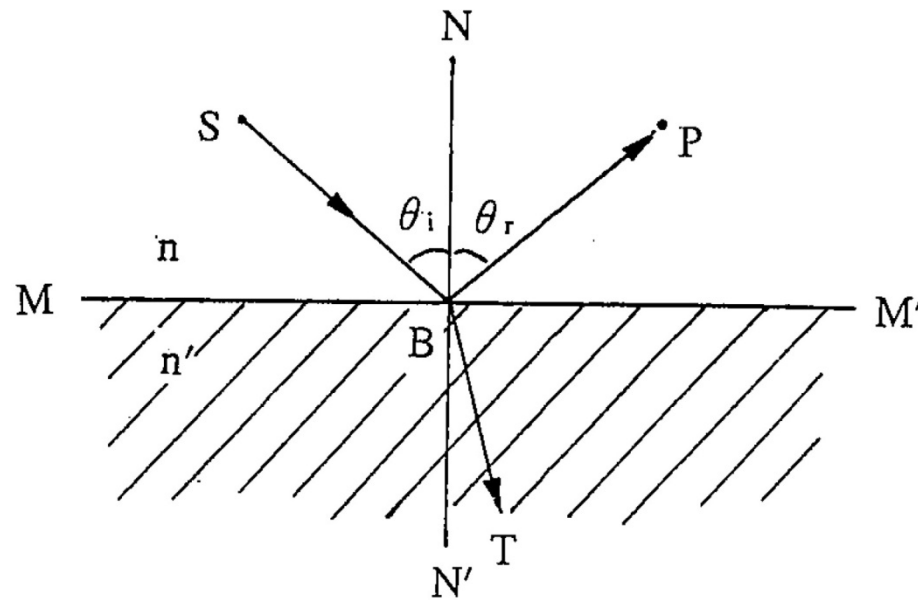
光線由 n 介質入射到 n' 介質

S、B、P構成的面: _____

SB: _____

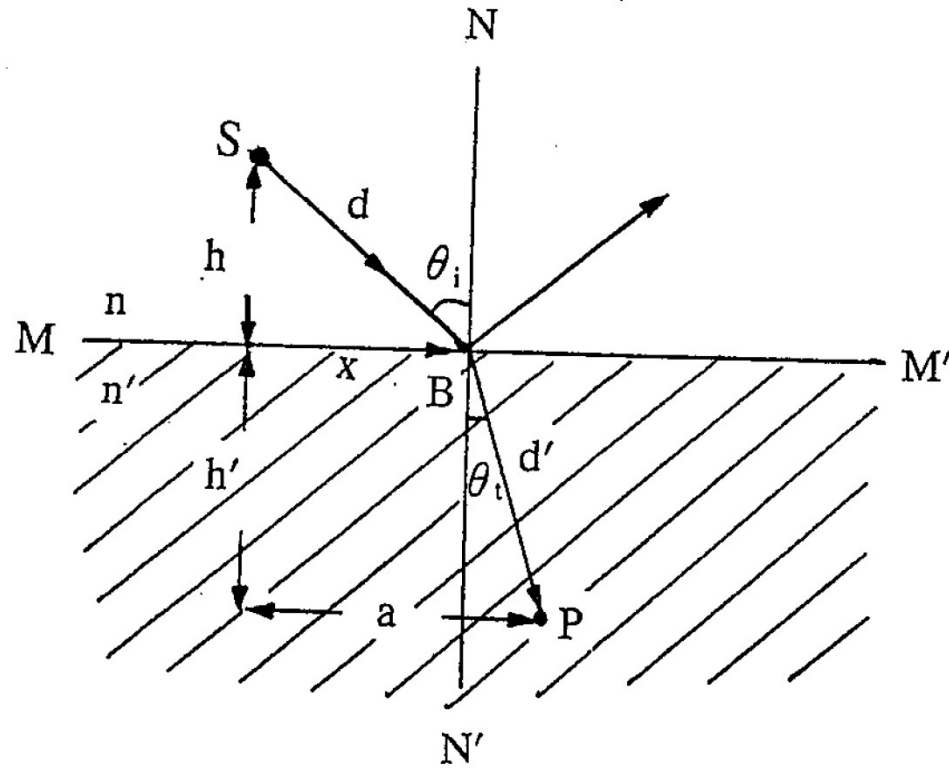
BP: _____

NN': _____



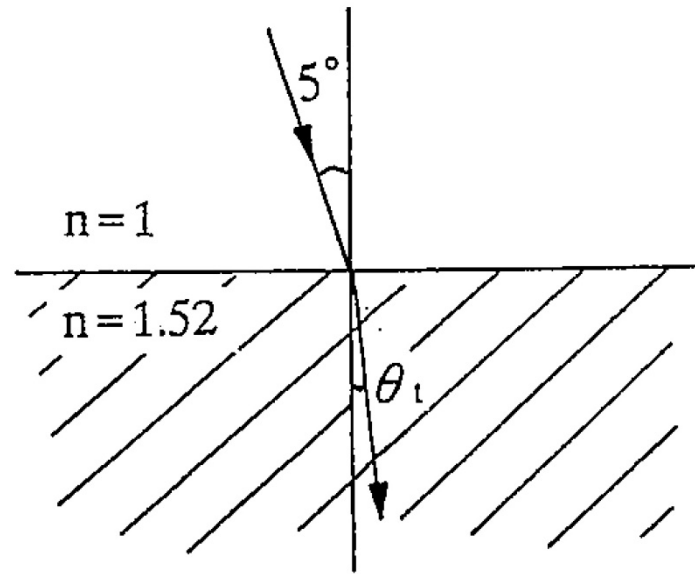
【圖 2-11】

From fig2-12, 推導 snell's law (homework)



【 圖 2-12 】

例1: 一光線以 5° 的入射角由空氣中射入一光滑玻璃平面，若玻璃折射率1.52 (a)求折射角大小(b)snell定律中，若正弦函數值用角度值直接取代，求折射角大小?



【圖 2-13】

解：

(a) 由 Snell 定律知

$$n \sin \theta_i = n' \sin \theta_t$$

$$1 \times \sin 5^\circ = 1.52 \sin \theta_t$$

$$\theta_t = 3.287^\circ$$

折射光應在入射面上，法線另一側 3.287° 的方向上，
如上圖所示

(b) 因為 $5^\circ = 0.08727 \text{ rad}$

故若以角度值取代正弦函數值，則可將 Snell 定律修正
為

$$n\theta_i = n'\theta_t$$

$$1 \times 0.08727 \text{ rad} = 1.52\theta_t$$

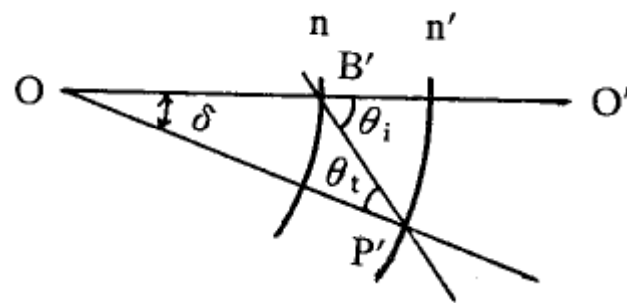
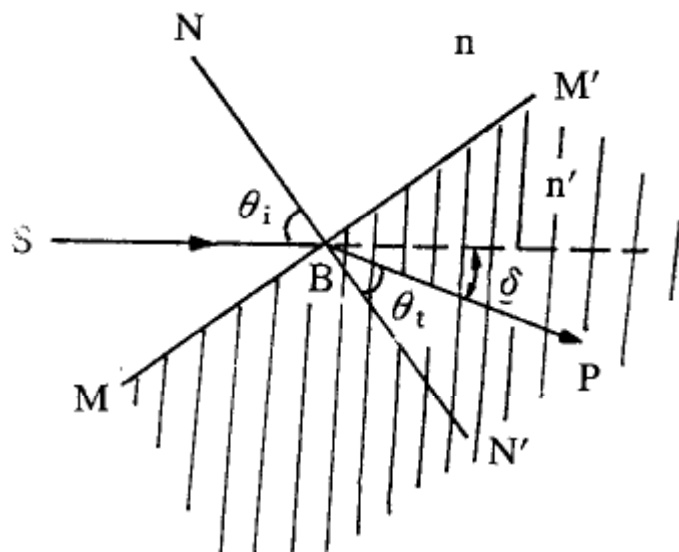
$$\theta_t = 0.05741 \text{ rad} = 3.289^\circ$$

比較 (a)(b) θ_1 的答案知兩者只相差了 0.002° (0.06%)，
可知在小角度時，可將 Snell 定律加以修正，即當小角
度時

$$\text{Snell 定律： } n\theta_i = n'\theta_t \quad (2.11)$$

圖解法: (Homework)

利用折射定律，我們可以計算出光線折射後的方向，除此之外，也可以利用繪圖的方法來確定折射方向，這個方法我們利用圖 2-14 來加以說明。



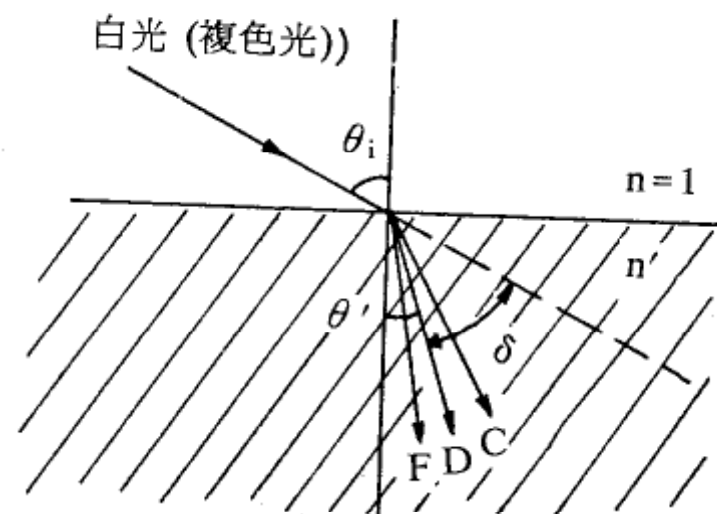
2-6 色散 (Dispersion)

$n(\lambda)$: 折射率是波長的函數

當一束複色光 (compound light) 經折射後，因各單色光看到的折射率不同，所以造成折射方向的差異，稱之為色散。

表 2-1

波長 (nm)	符號	化學元素	顏色
365.01	i	Hg	紫外線
404.66	h	Hg	紫色
435.83	g	Hg	藍
479.99	F'	Cd	藍
486.13	F	H	藍
546.07	e	Hg	綠
587.56	d	He	黃
589.29	D	Na	黃
643.85	C'	Cd	紅
656.27	C	H	紅
706.52	r	He	紅
852.11	s	Cs	紅外線
1013.98	t	Hg	紅外線



【圖 2-15】

圖 2-5 中，令白光由空氣入射至 n' 介質上， θ' 為折射角，則 F、D、C 三線的 Snell 定律關係式如下：

$$1 \times \sin \theta_i = n_F \sin \theta'_F$$

$$1 \times \sin \theta_i = n_D \sin \theta'_D$$

$$1 \times \sin \theta_i = n_C \sin \theta'_C$$

系統之 D 線偏向角為 $\theta_i - \theta'_D$

$$\theta_i - \theta'_D = \theta_i - \sin^{-1}\left(\frac{\sin \theta_i}{n_D}\right)$$

若在小角度的條件下 ($\theta \ll 1$)，則

$$\theta_i - \theta'_D = \frac{\theta_i}{n_D} (n_D - 1) \quad (2.12)$$

系統的色散角則以 $\theta_C' - \theta_F'$ 來表示之

$$\theta_C' - \theta_F' = \sin^{-1}\left(\frac{\sin \theta_i}{n_C}\right) - \sin^{-1}\left(\frac{\sin \theta_i}{n_F}\right)$$

在小角度的條件下 ($\theta \ll 1$)，則

$$\theta_C' - \theta_F' = \frac{\theta_i}{n_C n_F} (n_F - n_C)$$

(2.13)

由 (2.12) 式及 (2.13) 式可知偏向角正比於 $(n_D - 1)$ ，而色散角則正比於 $(n_F - n_C)$ ，這兩個量的比值代表了玻璃非常重要的一個量，稱為色散能力 (dispersion power) V ，

$$V \equiv \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (2.14)$$

然而對一般玻璃而言， V 值約在 $0.012 \sim 0.05$ 之間，數值普遍偏小，使用較不方便，反而其倒數較常用來衡量介質的色散能力，一般我們稱 V 值倒數為 Abbe 常數 (Abbe number)，或色散係數 (dispersion index)，用符號 ν 表示之

$$\nu \equiv \frac{1}{V} = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (2.15)$$

ν 值約介於 $20 \sim 80$ 之間，此數值越小表示色散愈大。有了 n_D 值及 ν 值，那麼光學玻璃的光學特性就幾乎完全掌握了。

2-7 光學玻璃 (Optical glass)

玻璃: 矽砂、鹼金屬、氧化物混合，加熱至 1400°C ，凝結而成的渾合性物質。

製造透鏡等光學元件對純度、均勻等性質特別注重，因此我們稱之“光學玻璃”。

在選擇光學玻璃時，下面幾點特性需特別注重：

1. **氣泡**：玻璃生產過程中，氣體的逸出是必然現象，無法避免，因此會形成氣泡，光學玻璃要有嚴格的規格訂定。
2. **輝紋**：此為玻璃的材質不均勻而顯出的索狀條紋。
3. **顏色**：因玻璃對特殊光譜的吸收現象，造成了玻璃本身帶有顏色，所以在特定的使用環境時，需加以考慮。
4. **擦亮表面**：例如表面的指紋將會減低透光度，指上的油脂會造成材料的破壞和腐蝕，所以時常擦亮表面，可以增加對潮濕空氣和一些化學品的抵抗性。

5. **應變**：玻璃如果退火不足，則會因內力的作用，造成分子間的結構改變，也會改變其對偏極化的性質。
6. **失透**：失透是指玻璃的透明度，玻璃在高溫的時間太長，則有部份的成分結晶，因而造成淡乳白色的不透明現象。
7. **著色**：指玻璃中的夾雜物。
8. **裂紋**：指退火等熱處理不良或處置不當時所造成的裂紋。
9. **價格**：一般玻璃的密度在 $2.28 \text{ g/cm}^3 \sim 6.18 \text{ g/cm}^3$ 之間，而光學玻璃每公斤的價格最大的差距有可能達 100 倍，所以在種類的選擇時，要特別的注意價格。

描述光學玻璃的二個重要的參數為**折射率**與**Abbe**常數，這二參數的定義都已於前面章節中介紹過了，至於折射率與入射光波長之間的關係，科學家們曾建立了若干個公式來描述它，例如 Cauchy 公式

$$n = n_0 + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$$

同一種玻璃(material)，由不同波長的光入射，折射率亦不同 (2.16)

式中 n_0 、 B 、 C 都是常數，只與玻璃的性質有關。西德 Schott 公司，也提供了另一個公式

$$n^2 = A_0 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda^{-2} + A_3 \lambda^{-4} + A_4 \lambda^{-6} + A_5 \lambda^{-8} \quad (2.17)$$

光學玻璃分類

